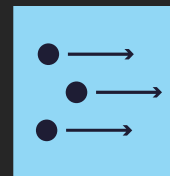
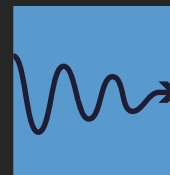
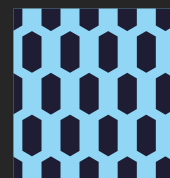




RQC

Russian
Quantum
Center



Моделирование точности однокубитных операций для ионного квантового процессора

Лианна Акопян, аспирант МФТИ

Лаборатория квантовых вычислений на холодных ионах кальция РКЦ

20.12.2022

l.akopyan@rqc.ru

Соавторы исследований

O. Lakhmanskaya , S. Yu. Zarutskiy, N. D. Korolev , O. Guseva, and K. Lakhmanskiy

Evgeny Anikin, Mikhail Popov, Yelnury Suleimen, Olga Lakhmanskaya, and Kirill Lakhmanskiy

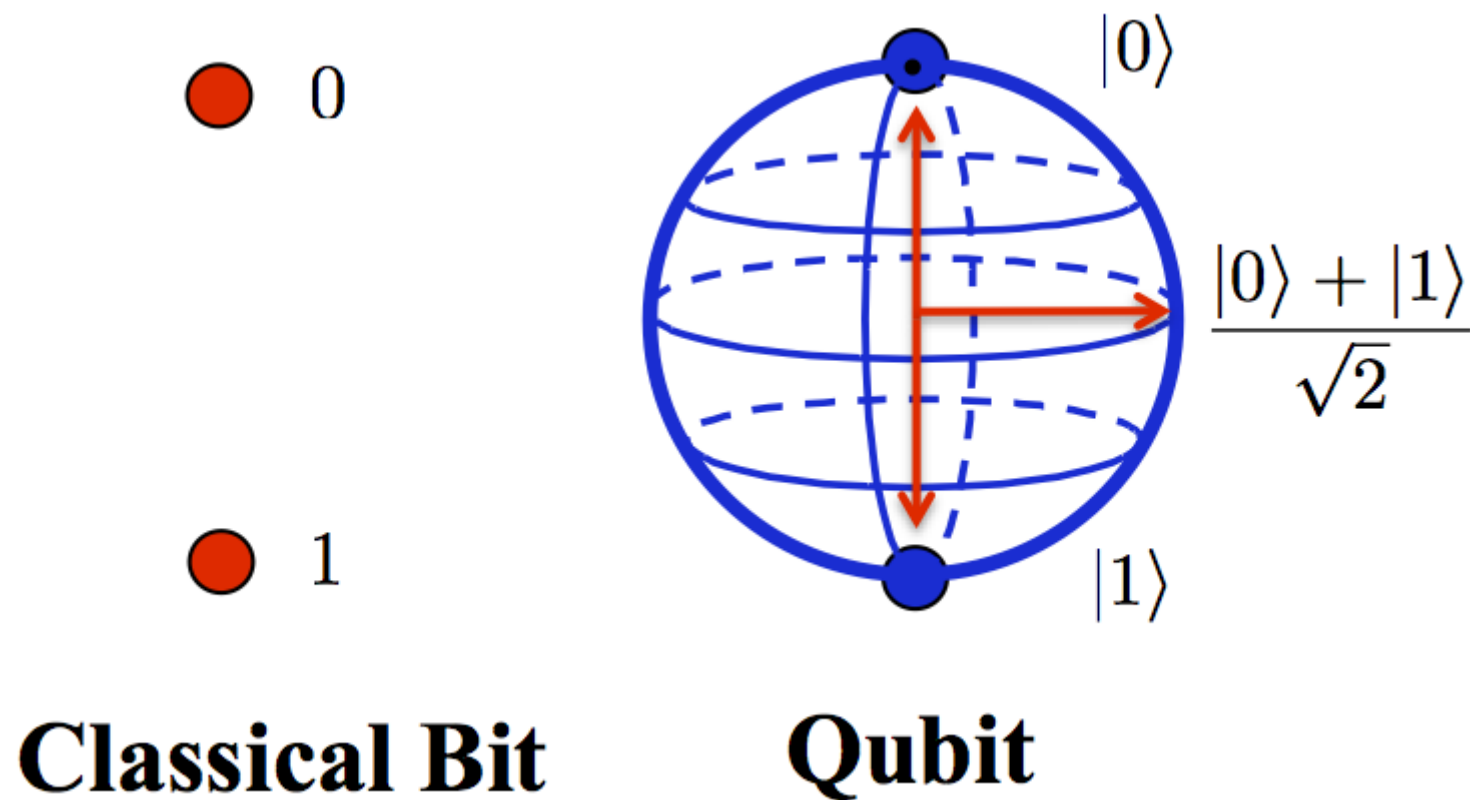
Квантовый компьютер (QC)

Цифровое устройство нового поколения, информация в котором кодируется с помощью квантовомеханических объектов.

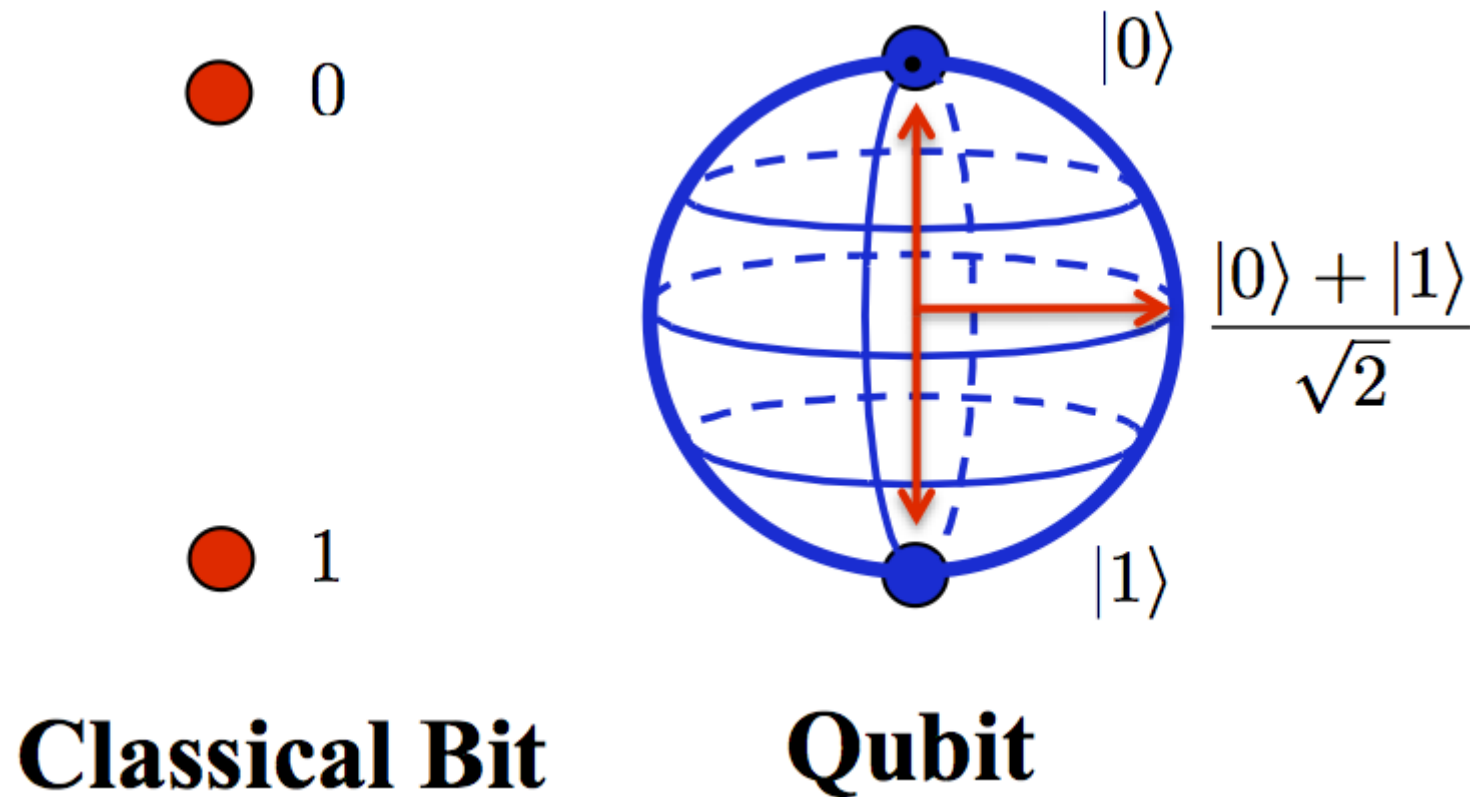
- Бит (классическая единица хранения информации)
- Кубит (Quantum bit – единица хранения информации в квантовом компьютере)

В настоящее время существуют аналоговые квантовые вычислители, а также шумные квантовые компьютеры промежуточного масштаба (NISQ – noisy intermediate-scale quantum – devices)

Наглядное представление бита и кубита



Наглядное представление бита и кубита



Также возможно создание КК на кубитах, где число задействованных уровней квантовомеханической системы равно d .

Квантовый компьютер: мотивация и перспективы

- позволит решать задачи, эффективное решение которых на классических компьютерах в настоящее время невозможно или затруднено
- качественно новый подход к кодированию и обработке информации
- позволит «прощупывать» границу перехода между квантовыми и классическими наблюдаемыми явлениями
- новая область развития научной и инженерной мысли
- хороший эмулятор квантовых систем
- параллельное развитие теоретических и математических методов моделирования (квантово-вдохновленные алгоритмы)

Смежные области

- квантовая криптография / квантовая защита информации
- квантовые симуляторы сложных систем
- квантовые алгоритмы
- коды коррекции ошибок в квантовых вычислителях
- квантовые сенсоры
- теоретическая информатика / задачи различных классов сложности
- квантовые коммуникации

Критерии Дивинченцо «хорошего» КК

1. Масштабируемость
2. Инициализация
3. Большое время декогеренции
4. Универсальный набор квантовых операций
5. Измерение конечного состояния

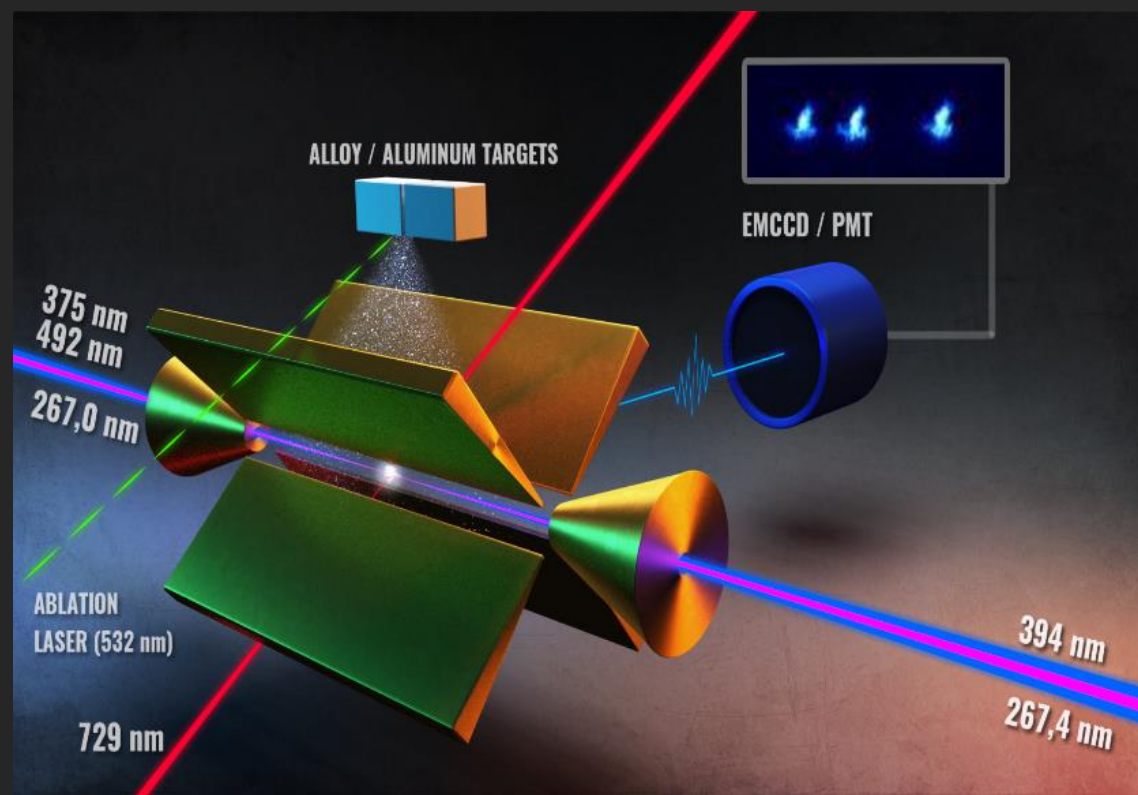
Критерии Дивинченцо «хорошего» КК

1. Масштабируемость
2. Инициализация
3. Большое время декогеренции
4. Универсальный набор квантовых операций
5. Измерение конечного состояния

Произвольная однокубитная операция на любом кубите

Выбранная двухкубитная операция на каждой паре кубитов

Квантовый компьютер на холодных ионах



Радиочастотная ловушка для удержания и запутывания ионов;

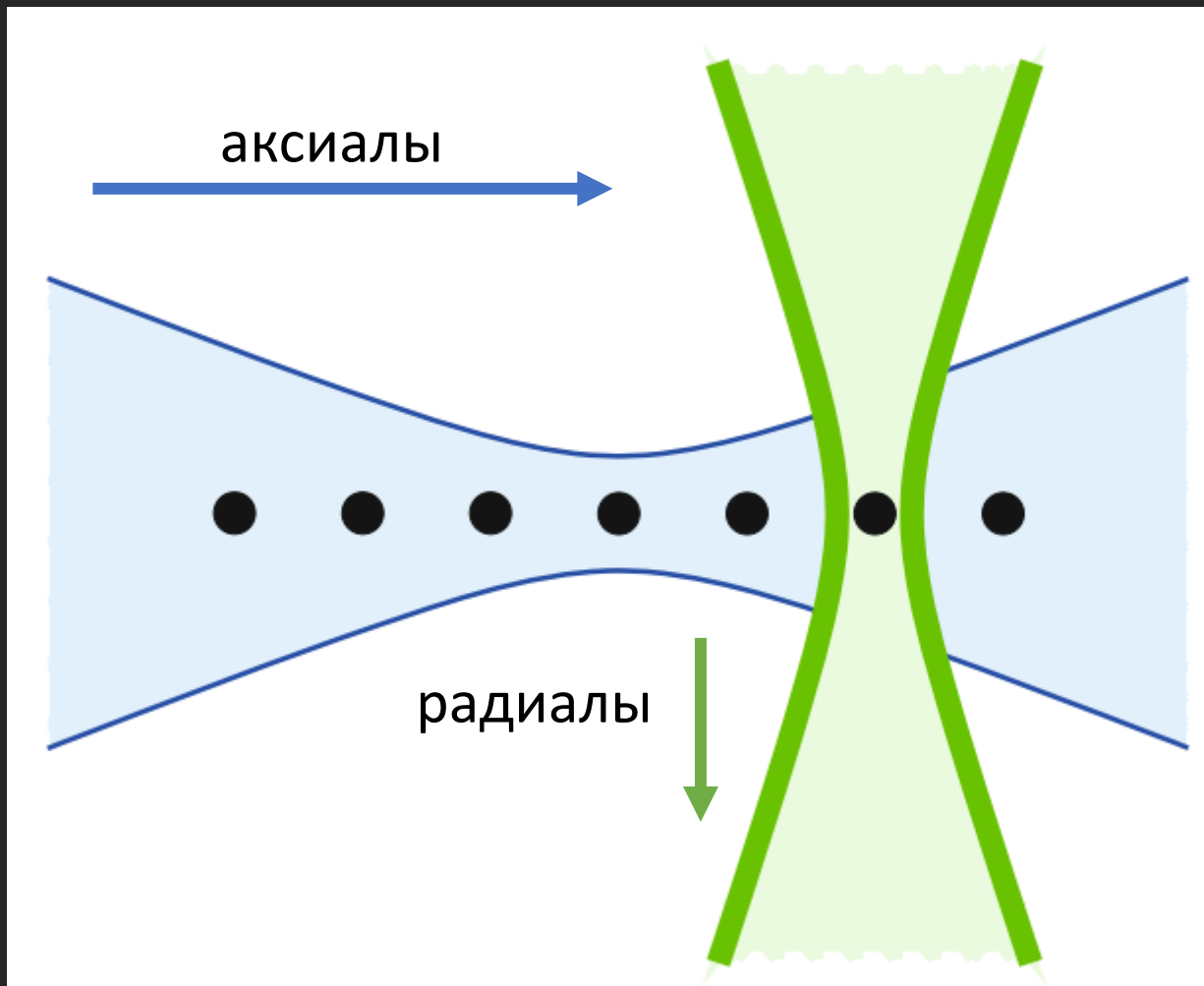
Лазеры для охлаждения и управления;

Камеры и фотодетекторы для считывания финального состояния;

Таким образом, у иона есть **внутренние (электронные)** степени свободы и его движение.

Кубит реализуется на внутренних состояниях ионов, совместное движение используется для двухкубитных операций (генерация запутанности).

Квантовые операции проводятся с помощью лазеров



Глобальная адресация для проведения операций на всей цепочке ионов

Индивидуальная адресация для проведения 1- и 2-кубитных операций

Ограничения

- Паразитный рост населенности в фононных модах движения ионов вносит ошибки при проведении операций
- С увеличением числа кубитов растут ошибки при проведении операций
- Индивидуальная адресация имеет ограничения на количество одновременно адресуемых кубитов

Цель и методы исследования

Метод: численное моделирование уравнений Шрёдингера/Линдблада для ионов в ловушке с учетом нормальных мод колебаний

Часть 1:

□ Влияние фононных мод на точность глобальных 1к гейтов для кристаллов длиной 1-4 иона

Часть 2:

□ Точность 1к гейтов для нового метода аксиальной адресации с помощью гребенок

Гамильтониан ионов в поле лазеров

$$H = \sum_p^N \frac{\hbar\omega_q}{2} \sigma_z^p + \sum_k^{3N} \hbar\omega_{nk} (a_k^\dagger a_k + 1/2) + H_{MN}$$

$$\hat{H}_{MN} = \frac{\hbar}{2} \sum_{p=1}^N \left[\left(\sum_{m=1}^M \Omega_m e^{-i(\omega_m t - \mathbf{k}_m \hat{\mathbf{R}}_p + \phi_m)} \right) \sigma_p^+ + h.c. \right].$$

RWA, поле лазера классическое в резонансе с нужным переходом

Движение ионов

$$\hat{R}_l = R_l^0 \hat{\mathbb{I}} + \sum_{k=1}^{3N} S_{lk} \sqrt{\frac{\hbar}{2m_l \omega_0 \sqrt{d_k}}} (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger),$$

где l – координата степени свободы ионной цепи, пробегающая значения от 1 до $3N$ (где $l = 1$ соответствует x -координате 1-го иона, $l = 2$ – x -координате 2-го иона, ..., $l = 3N$ – z -координате N -го иона) R_l^0 – координата положения равновесия соответствующей степени свободы, $\hat{\mathbb{I}}$ – единичный оператор по всем нормальным модам, S_{lk} – матрица перехода от координат ионов к нормальным модам. Столбцы этой матрицы – это упорядоченные собственные векторы гессiana потенциала, числа d – собственные значения гессiana.

Лазер генерирует взаимодействие внутренних степеней свободы с движением

$$\hat{H}_{MN} = \frac{\hbar}{2} \sum_{p=1}^N \left[\left(\sum_{m=1}^M \Omega_m e^{-i(\omega_m t - \mathbf{k}_m \hat{\mathbf{R}}_p + \phi_m)} \right) \sigma_p^+ + h.c. \right].$$

$$\hat{R}_l = R_l^0 \hat{\mathbb{I}} + \sum_{k=1}^{3N} S_{lk} \sqrt{\frac{\hbar}{2m_l \omega_0 \sqrt{d_k}}} (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger),$$

$$\eta_{pjk} = k_j S_{pjk} \sqrt{\frac{\hbar}{2m \omega_{jk}}},$$

– параметр Лэмба-Дике

Численное моделирование

- Решаем уравнение Шредингера/Линдблада с учетом необходимых внутренних и двигательных степеней свободы
- Из матрицы плотности могут быть получены все необходимые физические наблюдаемые, в том числе фиделити квантовых операций
- Для решения уравнений и моделирования квантовой динамики используются методы и солверы пакета `QuantumOptics.jl` языка `Julia`

Моделирование на языке Julia



```
using QuantumOptics
basis = SpinBasis(1//2)
ψ₀ = spindown(basis)
const sx = sigmax(basis)
function H_pump(t, psi)
    return sin(t)*sx
end
tspan = [0:0.1:10;]
tout, ψₜ = timeevolution.schroedinger_dynamic(tspan, ψ₀, H_pump)
```

```
tspan = [0:0.1:10;]
tout, ρₜ = timeevolution.master_dynamic(tspan, ψ₀, f)
```

Часть 1: точность глобальных 1к операций

$$\hat{H}_{MN} = \frac{\hbar}{2} \sum_{p=1}^N \left[\left(\sum_{m=1}^M \Omega_m e^{-i(\omega_m t - \mathbf{k}_m \hat{\mathbf{R}}_p + \phi_m)} \right) \sigma_p^+ + h.c. \right].$$

$$\hat{R}_l = R_l^0 \hat{\mathbb{I}} + \sum_{k=1}^{3N} S_{lk} \sqrt{\frac{\hbar}{2m_l \omega_0 \sqrt{d_k}}} (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger),$$

При проведении 1к вращений лазер светит точно в резонансе с кубитным переходом.

Экспонента от $\mathbf{k}_m \mathbf{R}_p$ раскладывается до 1: вклад фононных мод не учитывается.

Матрица идеального гейта

$$R_{\phi}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & -ie^{-i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ -ie^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix},$$

где ϕ – фаза лазера, угол поворота $\theta = \tau\Omega$ контролируется временем гейта τ и частотой Раби Ω – силой взаимодействия ионов с лазерным полем

В этом операторе эволюции не учтены нормальные моды
Найдем вклад фононных мод в точность операции

Постановка задачи

Задаем начальное состояние N ионов и N аксиальных фононных мод:

$$|\psi(0)\rangle = |n_1 n_2 \dots n_N\rangle |\psi_1 \psi_2 \dots \psi_N\rangle,$$

Волновая функция после идеального гейта:

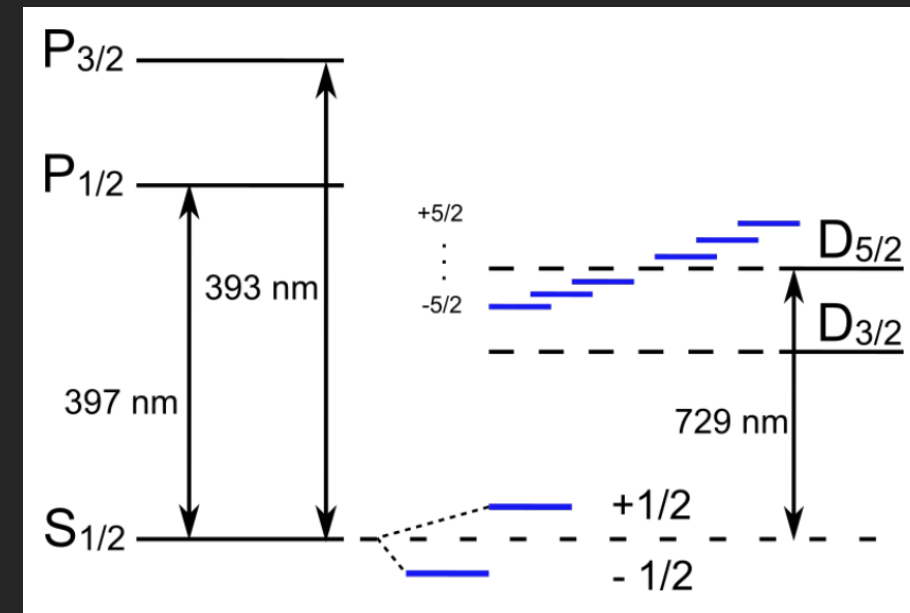
$$\begin{aligned} |\psi_{\text{ideal}}\rangle &= \hat{U}_{\text{ideal}} |\psi(0)\rangle \\ \hat{U}_{\text{ideal}} &= \hat{U}_{\text{osc}}^1 \otimes \dots \otimes \hat{U}_{\text{osc}}^N \otimes \hat{R}_\phi(\theta) \otimes \dots \otimes \hat{R}_\phi(\theta), \\ \hat{U}_{\text{osc}}^k &= \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_{\text{osc}}^k \frac{\theta}{\Omega}\right\} \quad \hat{H}_{\text{osc}}^k = \hbar\omega_k \left(a_k^\dagger a_k + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

Волновая функций после «реального» гейта:

$$|\psi_{\text{final}}\rangle = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_N t\right\} |\psi(0)\rangle.$$

Параметры симуляций

- Ионы кальция-40 (квадрупольный оптический переход) как кубиты
- «Быстрая» и «медленная» операции –
вращение на $\pi/2$ производится за 1 мкс либо за 15 мкс
- Фазу лазера считаем равной 0 ($R_x(\theta)$ -gate)
- Начальное состояние фононных мод рассматривается как фоковское
- Начальное состояние всех кубитов одинаковое – кубиты инициализированы в основное состояние
- Моделируется фиделити операции в зависимости от времени



Формулы вычисления точности операций

$$\mathcal{F}(\Psi_{\text{final}}, \Psi_{\text{ideal}}) = \langle \Psi_{\text{ideal}}^{\text{qubit}} | \hat{\rho}_{\text{final}}^{\text{qubit}} | \Psi_{\text{ideal}}^{\text{qubit}} \rangle,$$

$$\hat{\rho}_{\text{final}}^{\text{qubit}} = \text{Tr}_{\text{phonons}} [| \Psi_{\text{final}} \rangle \langle \Psi_{\text{final}} |],$$

$$| \Psi_{\text{ideal}}^{\text{qubit}} \rangle = \hat{R}_{\phi}(\theta) \otimes \dots \otimes \hat{R}_{\phi}(\theta) | \psi_1 \psi_2 \dots \psi_N \rangle,$$

$$F = | \langle \Psi_{\text{ideal}} | \Psi_{\text{final}} \rangle |^2.$$

Формулы вычисления точности операций

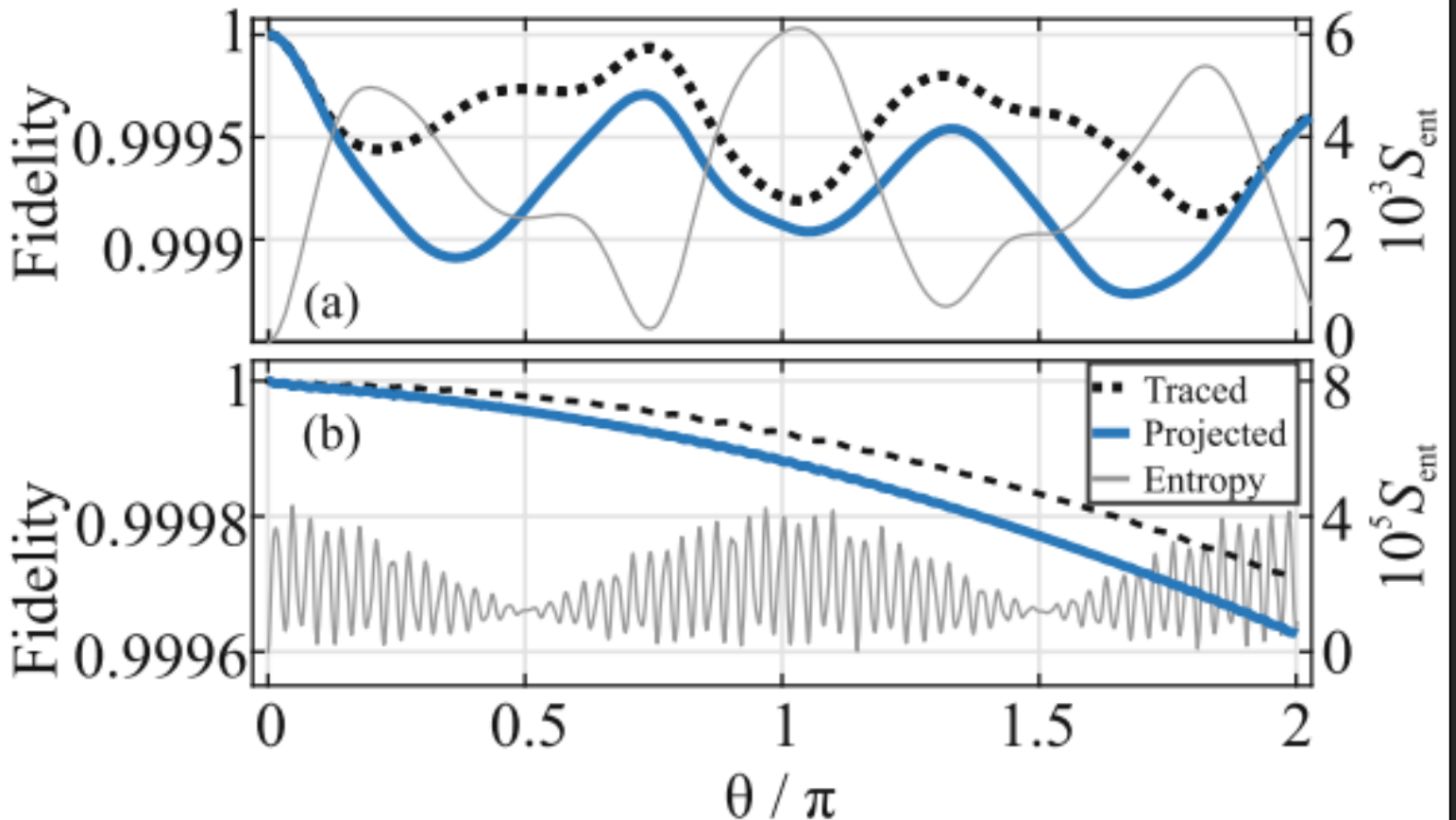
$$\mathcal{F}(\Psi_{\text{final}}, \Psi_{\text{ideal}}) = \langle \Psi_{\text{ideal}}^{\text{qubit}} | \hat{\rho}_{\text{final}}^{\text{qubit}} | \Psi_{\text{ideal}}^{\text{qubit}} \rangle,$$

$$\hat{\rho}_{\text{final}}^{\text{qubit}} = \text{Tr}_{\text{phonons}} [| \Psi_{\text{final}} \rangle \langle \Psi_{\text{final}} |],$$

$$| \Psi_{\text{ideal}}^{\text{qubit}} \rangle = \hat{R}_{\phi}(\theta) \otimes \dots \otimes \hat{R}_{\phi}$$

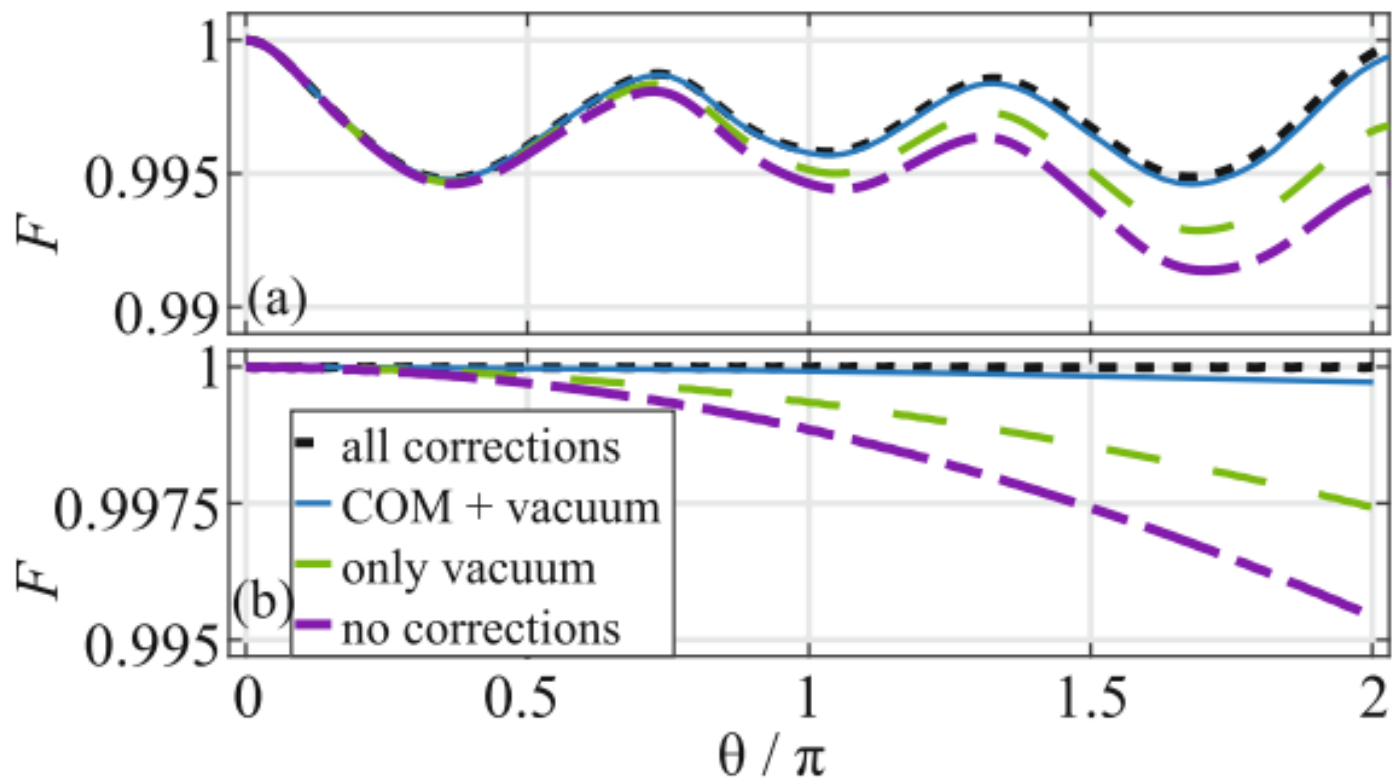
$$F = \langle \Psi_{\text{ideal}} | \Psi_{\text{final}} \rangle$$

$$S_{\text{ent}} = -\text{Tr} \left[\hat{\rho}_{\text{final}}^{\text{qubit}} \log \left(\hat{\rho}_{\text{final}}^{\text{qubit}} \right) \right].$$

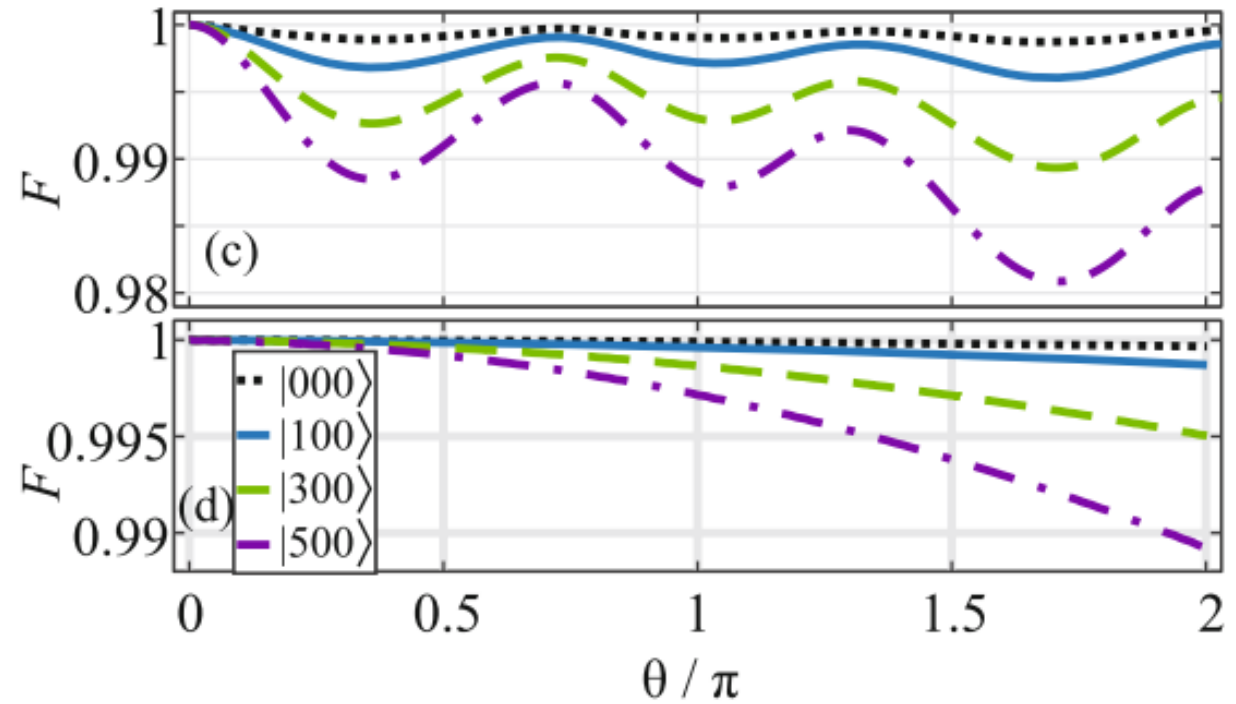
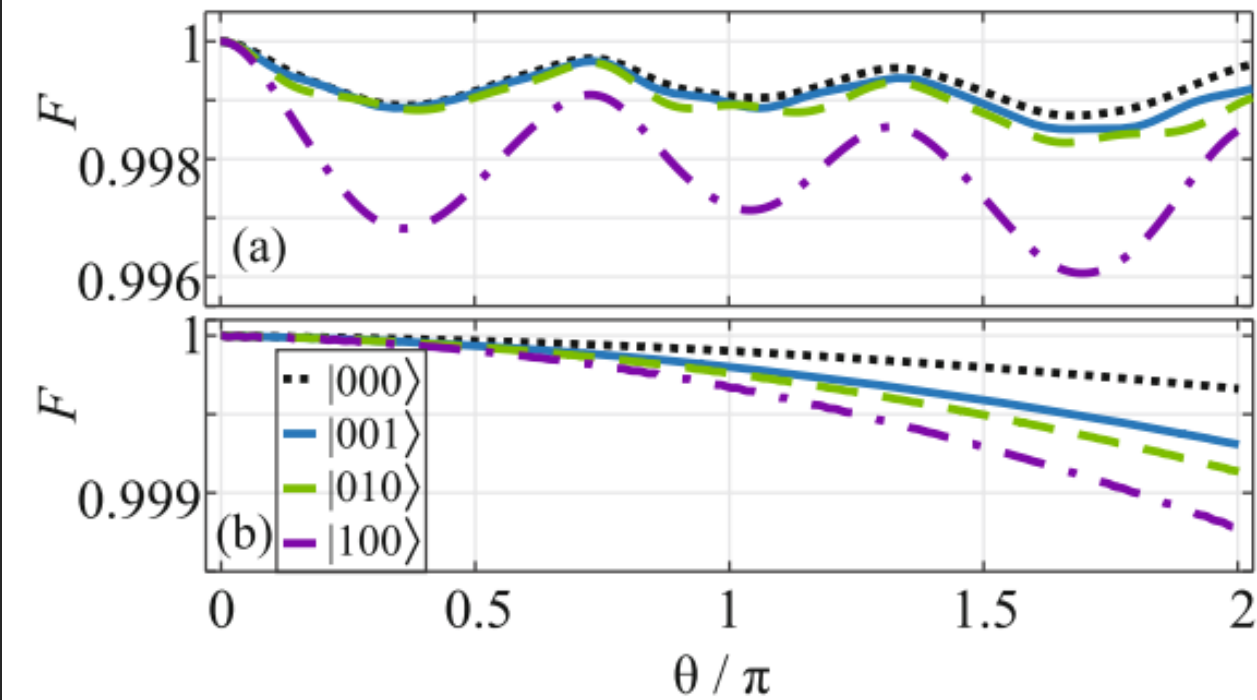


Учет коррекций к частоте Раби

$$\Omega_p = \Omega \left(1 - \sum_j \sum_{k=1}^N \eta_{pjk}^2 (n_{kj} + 1/2) \right),$$

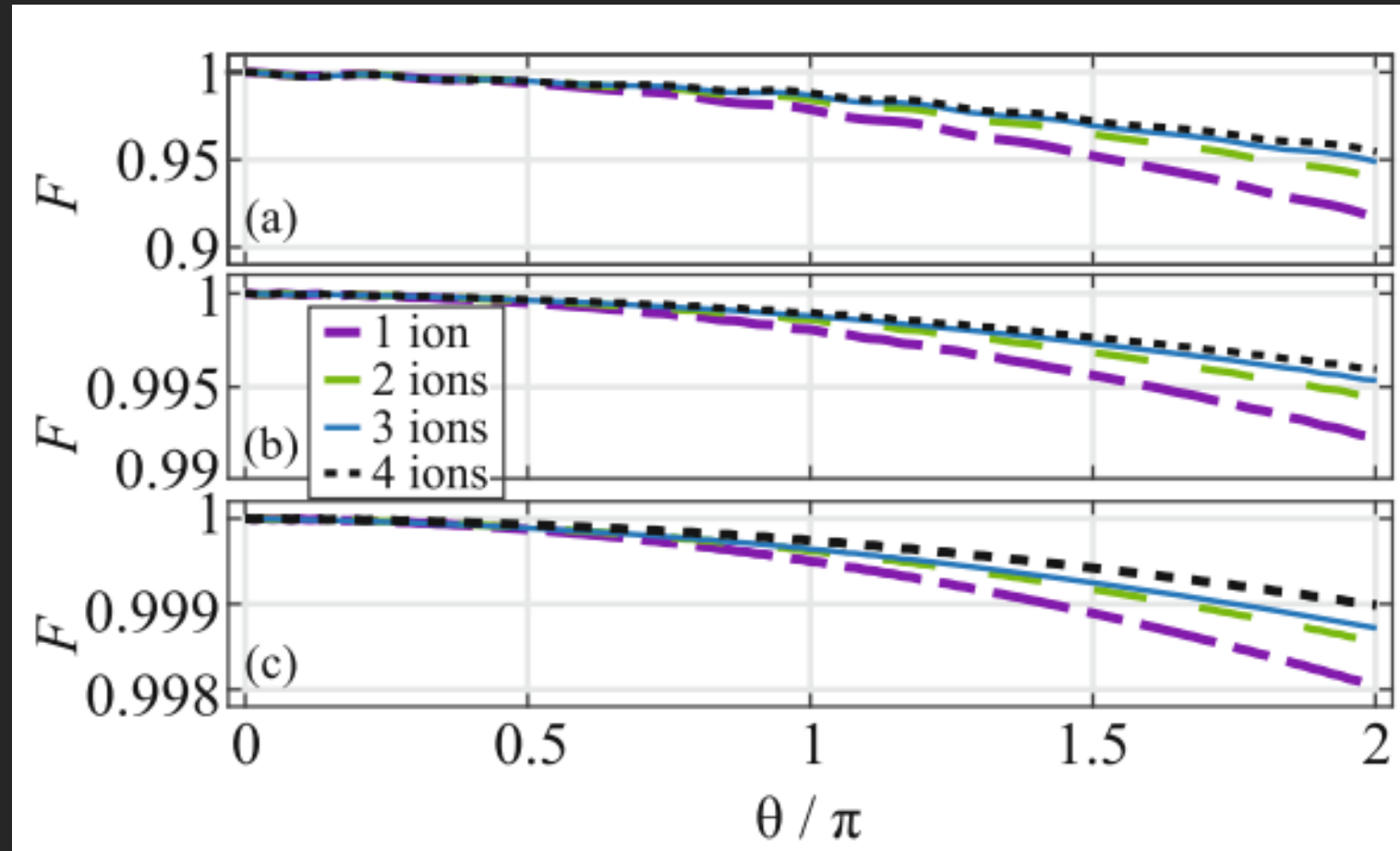


Учет начальной населенности фононов



Наибольший вклад в инфиделити дает мода центра масс – на ней у ионов самый большой параметр Лэмба-Дике

Разные количества ионов в кристалле



С ростом числа ионов фиделити растет, т.к. уменьшается параметр Лэмба-Дике

Некоторые выводы по части 1:

- Учет поправок к частоте Раби не позволяет улучшить фиделити для быстрых гейтов
- С ростом частоты Раби (уменьшением времени гейта) фиделити уменьшается
- С ростом размера кристалла при неизменных остальных параметрах точность растет

Дальнейшие исследования

- Моделирование других типов однокубитных операций (гейты с гребенками)
- Моделирование точности двухкубитных операций для ионного КК
- Оптимизация точности 1- и 2-кубитных операций для ионного квантового компьютера

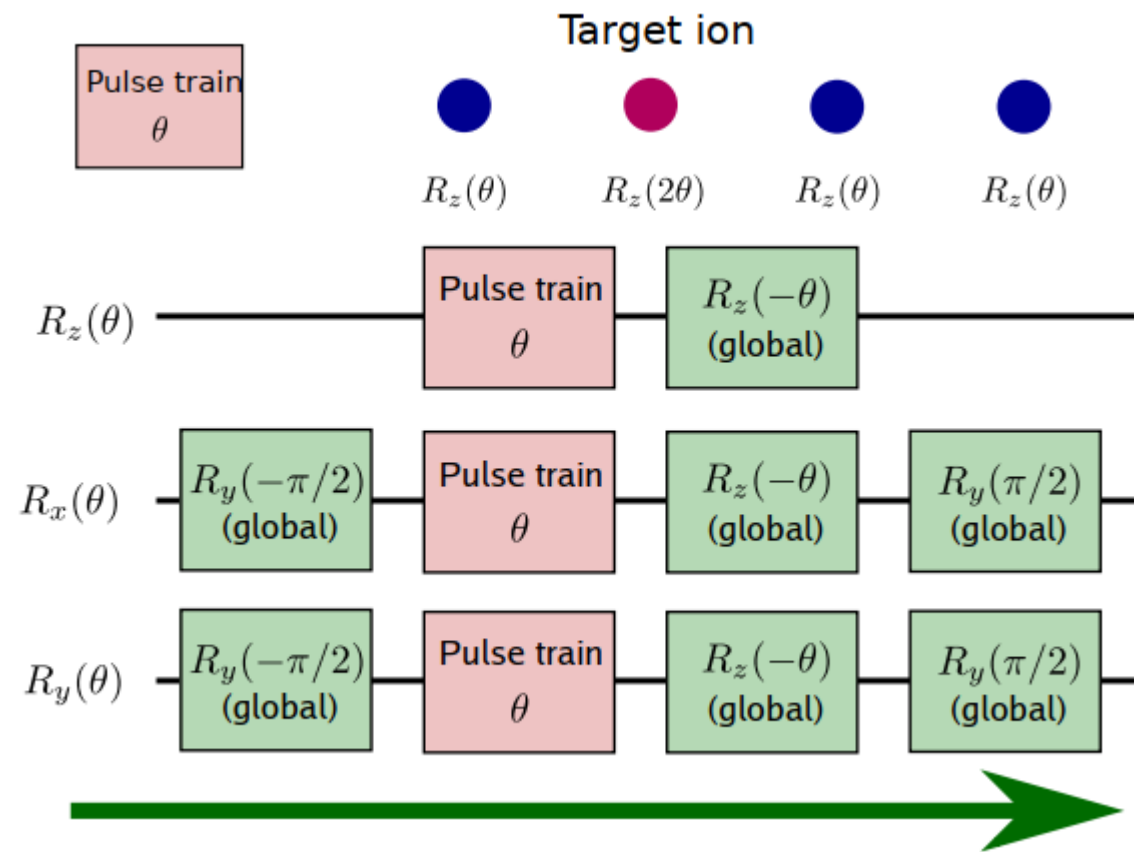
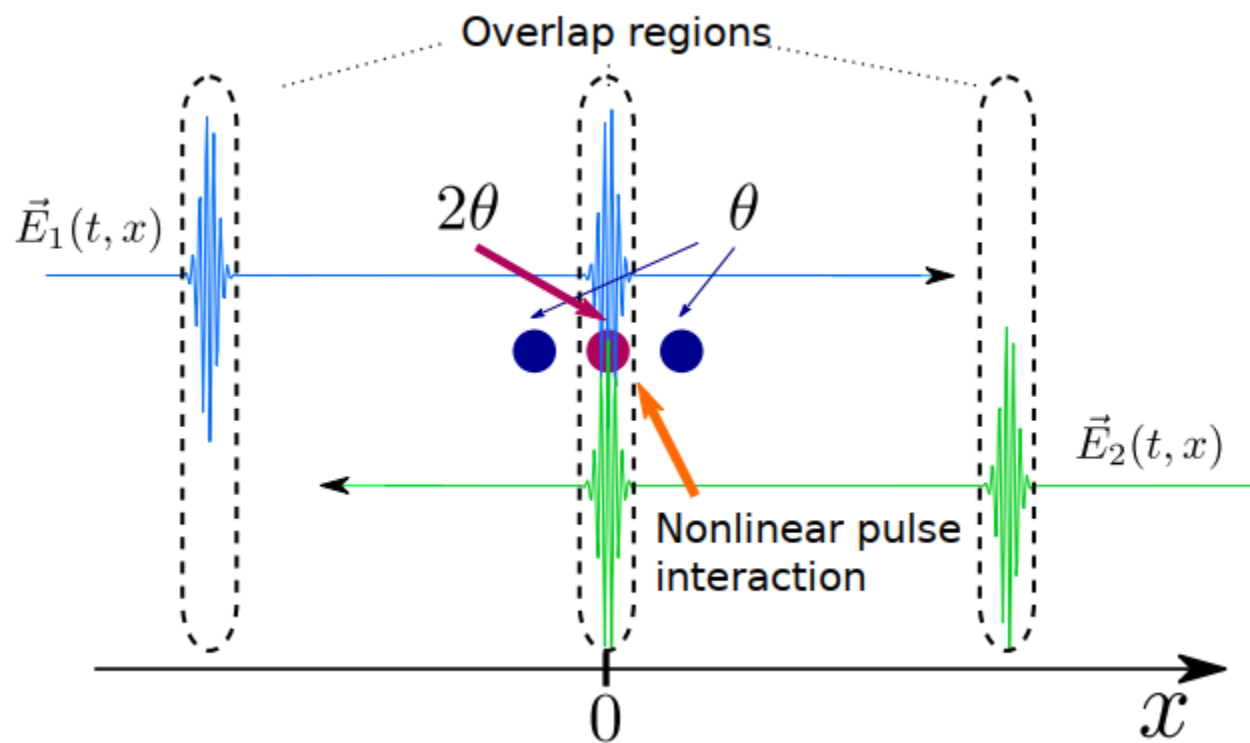
Индивидуальная адресация с помощью фемтосекундной гребёнки

Общая идея:

светим глобальными аксиальными пучками с двух сторон вдоль кристалла

спин иона, на котором импульсы встречаются, будет вращаться на вдвое больший угол, чем спины остальных ионов – индивидуальная адресация аксиальными пучками

Схема адресации



Моделирование

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}] + \mathcal{L}\hat{\rho},$$

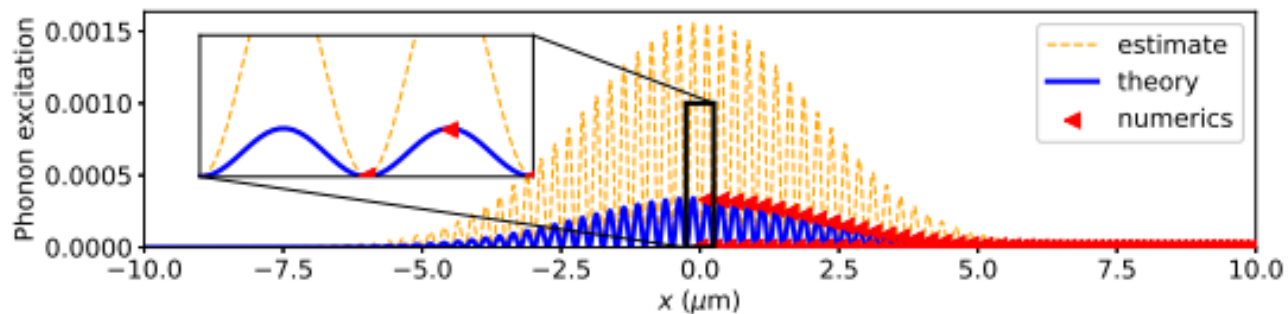
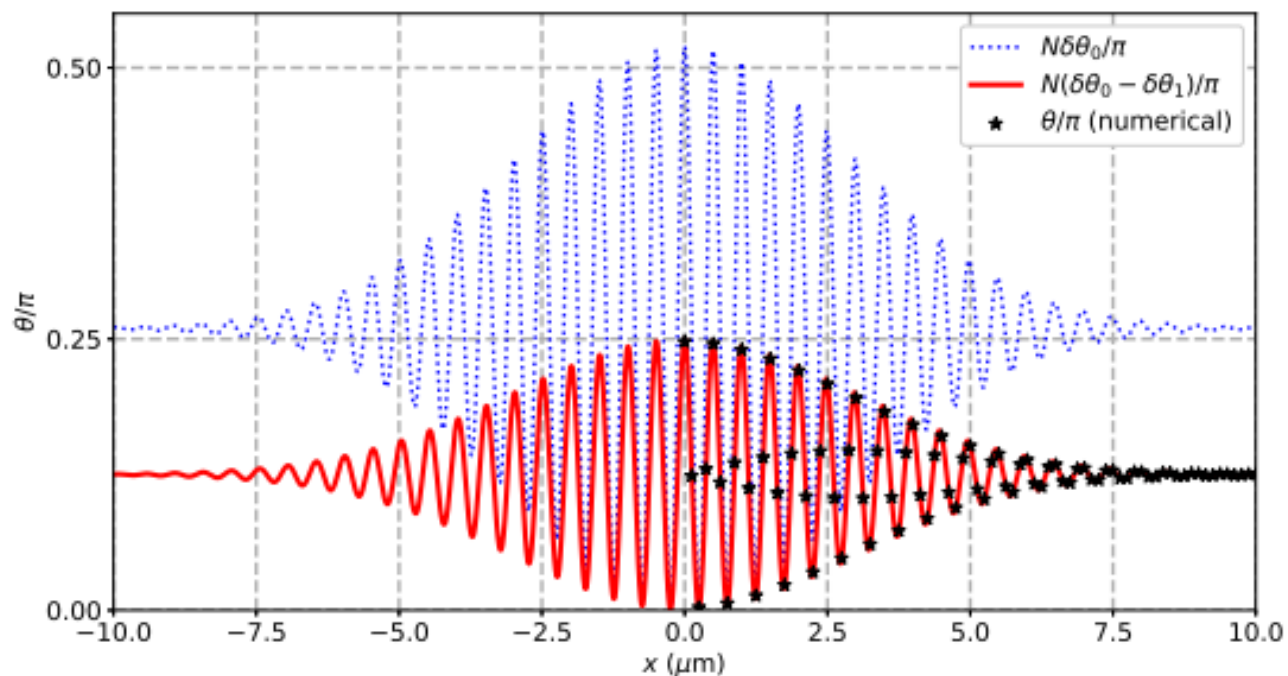
$$\mathcal{L}\hat{\rho} = -\sum_c \frac{\gamma_c}{2} \left(\hat{\rho} \hat{S}_c^+ \hat{S}_c^- + \hat{S}_c^+ \hat{S}_c^- \hat{\rho} - 2\hat{S}_c^- \hat{\rho} \hat{S}_c^+ \right),$$

$$|\psi_{init}\rangle = (a|0\rangle_q + b|1\rangle_q) \otimes |0\rangle_{vib},$$

$$\theta = \text{Arg}(\langle \psi_0 | \hat{\rho}_{fin} | \psi_1 \rangle),$$

Угол поворота гейта

Рассматривается поворот на $\pi/4$



Combs parameters

carrier wavelength	λ_c	1000 nm
pulse duration	τ	20 fs
repetition rate	ν_{rep}	100 MHz
polarization	\vec{u}	$(0, 0, 1)^T$
peak electric field	$ea_0 E_{peak}/\hbar$	≈ 4.4 THz

Trap parameters

Axial frequency	$\omega_{ax}/(2\pi)$	600kHz
Lamb-Dicke parameter	η	0.09

Gate parameters

angle per couple of pulses	$\delta\theta(x=0)$	$\pi/1600$
qubit rotation speed	$\frac{d\theta}{dt}$	$\pi/16 \mu s^{-1}$
infidelity	$1 - F$	$5 \cdot 10^{-4}$

Источники ошибок

Error source	Contribution
Crosstalk	10^{-4}
Photon scattering	10^{-5}
Transitions to non-qubit Zeeman sublevels	10^{-6}
Transitions to $D_{3/2}$ sublevels	10^{-6}
Phonon excitation	$3 \cdot 10^{-4}$
Total error	$4 \cdot 10^{-4}$

Модификация метода позволит проводить индивидуальную адресацию для больших кристаллов



RQC

Russian
Quantum
Center

Спасибо!

- Лианна Акопян, аспирант МФТИ
- Лаборатория квантовых вычислений на холодных ионах кальция РКЦ
- l.akopyan@rqc.ru